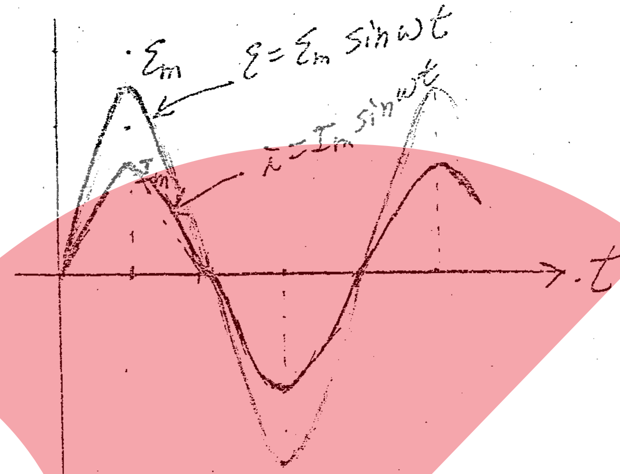
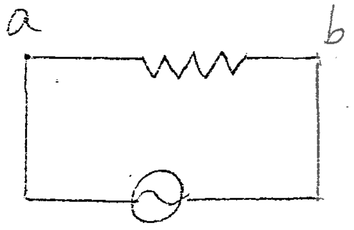
Chapter 21 Alternating Current Circuits and Electromagnetic Waves

在§20.5已討論過交流發電机 ($\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \sin\theta = \mathcal{E}_m \sin\omega t = \mathcal{E}_m \sin 2\pi f t$) 其中$\mathcal{E}$為交流電動勢在任意瞬間$t$的瞬間值, $\mathcal{E}_m$為最大值.



§21.1 Resistors in an AC Circuit (電阻電路)



$\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \sin\omega t$

(課本: $\Delta V = \Delta V_{max} \sin\omega t$)

a, b 兩端間的瞬時電压為

$\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \sin\omega t$.

電阻器上瞬時電流為 $i = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{\mathcal{E}_m}{R} \sin\omega t$ $[\mathcal{E}_m = NBA\omega]$

電流極大值為 $I_m = \frac{\mathcal{E}_m}{R}$ ($\mathcal{E}_m = I_m R$)

$\therefore i = I_m \sin\omega t$

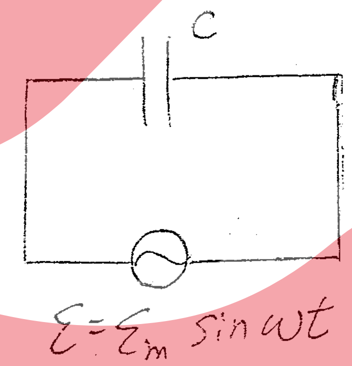
$$I_{rms} = \frac{I_{max}(I_m)}{\sqrt{2}} = 0.707\, I_{max}.$$

$$\Delta V_{rms} = \frac{\Delta V_{max}(\mathcal{E}_m)}{\sqrt{2}} = 0.707\, \Delta V_{max}.$$

$$\Delta V_{rms} = I_{rms} R$$

Example 21.1

§21.2 Capacitors in an AC Circuit (電容電路)



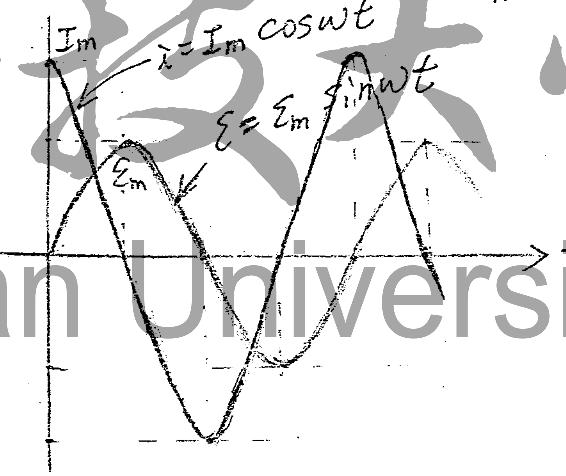
任意瞬間電容器兩端的電压也等於電源上的電压。

由 $q(Q) = CV$ 得知電容器上瞬時電荷 $q(Q)$為

$q(Q) = CV = C\,\mathcal{E}_m \sin\omega t$

$\therefore i = \frac{dq}{dt} = C\,\mathcal{E}_m\,\omega \cos\omega t$

令 $I_m = C\mathcal{E}_m\omega$ 則 $i = I_m \cos\omega t = I_m \sin(\omega t + 90°)$

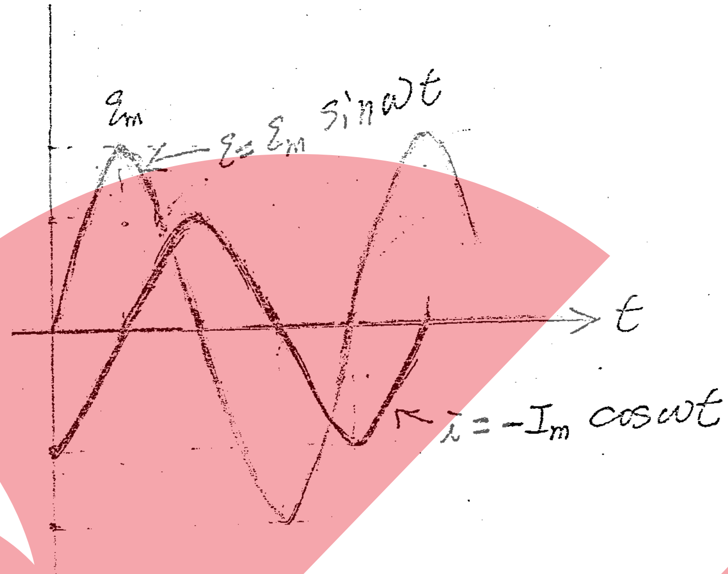


電流超前電压90°
(或電压落後電流90°)

我們將電容的電阻性稱為容抗 (capacitive reactance), X_C；與歐姆定律比較後得容抗大小為

$$X_C = \frac{\mathcal{E}_m}{I_m} = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}$$

$(\Delta V_{rms} = I_{rms} X_C)$



電流落後電壓90°
(或電壓超前電流90°)

Example 21.2

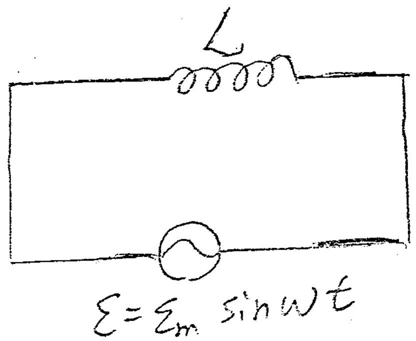
我們將電感的電阻性稱為感抗 (inductive reactance), X_L；與歐姆定律比較後得感抗大小為

$$X_L = \frac{\mathcal{E}_m}{I_m} = \omega L = 2\pi f L$$

$(\Delta V_{rms} = I_{rms} X_L)$

Example 21.3

21.3 Inductors in an AC Circuit (電感電路)



任意瞬間電感兩端的電壓與電源電壓相等.

由 $L\frac{di}{dt} = \mathcal{E}_m \sin\omega t$

(自感: $L\frac{dI}{dt} = \mathcal{E} = \mathcal{E}_m \sin\omega t$)

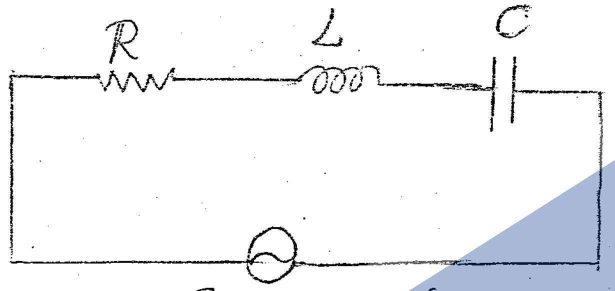
$di = \frac{\mathcal{E}_m}{L}\sin\omega t \, dt$

積分得 $i = -\frac{\mathcal{E}_m}{L\omega}\cos\omega t$

令 $I_m = \frac{\mathcal{E}_m}{\omega L}$ ∴ $i = -I_m \cos\omega t$

$= I_m \sin(\omega t - 90°)$

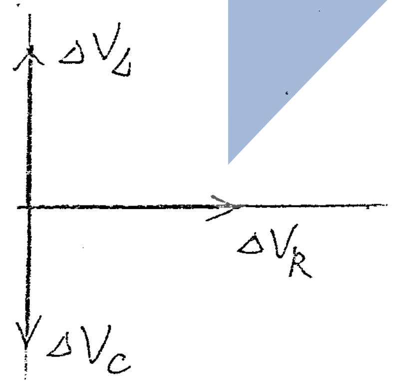
§21.4 The RLC Series Circuit (包含电阻.电容.电感的電路)



$\mathcal{E}=\mathcal{E}_m \sin\omega t$

考慮一個 RLC 串聯电路：

在一 RLC 串聯电路中，三個电压相量 (註：相量：phasor) (ΔV_R, ΔV_L, ΔV_C) 之關係.



$$\Delta V_{max.}=\sqrt{\Delta V_R^2+(\Delta V_L-\Delta V_C)^2}$$

設串聯組合的阻抗為 Z，

則 $Z=\sqrt{R^2+(X_L-X_C)^2}$

設 $\Delta V_{max.}$ (最大電压) 與電流之相角為 ϕ

則 $\tan\phi=\dfrac{\Delta V_L-\Delta V_C}{\Delta V_R}$

$=\dfrac{X_L-X_C}{R}$

$\Delta V_{max.}=I_{max.}Z$)

Table 21.2 (p.701)

<u>Example 21.4</u>

§21.5 Power in an AC Circuit

平均來講，只有電阻會消耗能量，也就是說：在一個 RLC 串聯電路中：平均功率 $P_{av}=I_{rms}^2 R$

$=I_{rms}(\Delta V_R)$

又 $\Delta V_R=\Delta V_{rms}\cos\phi$

$\therefore P_{av}=I_{rms}\Delta V_{rms}\cos\phi$

($\cos\phi$ 稱為功率因數 (power factor)).

<u>Example 21.5</u>

§21.6 Resonance in a series RLC Circuit
共振

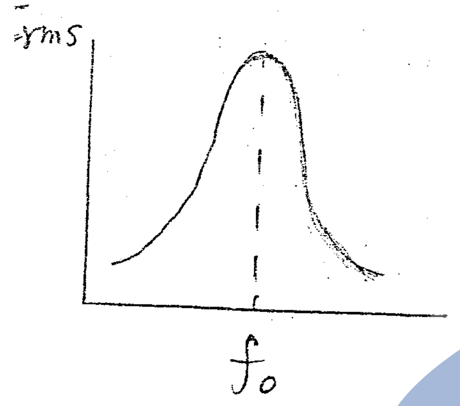
在 RLC 電路：$I_{rms}=\dfrac{\Delta V_{rms}}{Z}=\dfrac{\Delta V_{rms}}{\sqrt{R^2+(X_L-X_C)^2}}$

(Z 為阻抗)

當阻抗之最小時，I_{rms} 最大，而最小阻抗發生在頻率 f_0 時，

此時 $X_L=X_C$ 或 $2\pi f_0 L=\dfrac{1}{2\pi f_0 C}$ $\therefore f_0=\dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

f_0 稱為共振頻率 (resonance frequency)



(P.7 Fig 21.13)

Example 21.6

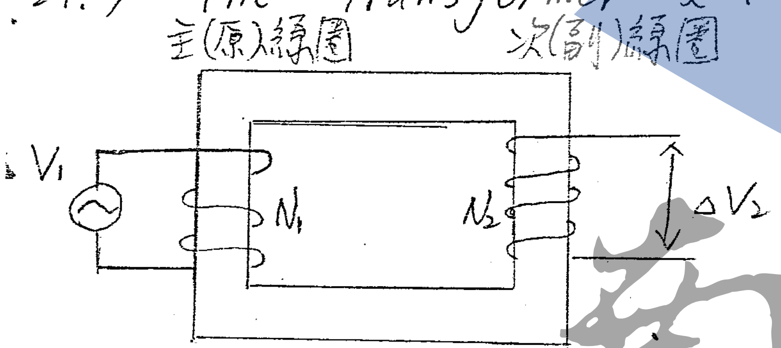
理想變壓器：輸入功率 = 輸出功率

(註：功率 $P = IV = I\mathcal{E}$)

$\therefore I_1 \Delta V_1 = I_2 \Delta V_2$

Example 21.7

§21.7 The Transformer 變壓器



$$\Delta V_1 = -N_1 \frac{\Delta \phi_B}{\Delta t}$$

$$\Delta V_2 = -N_2 \frac{\Delta \phi_B}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta V_2}{\Delta V_1} = \frac{N_2}{N_1} \quad \left(\begin{array}{l} N_2 > N_1 \Rightarrow \text{升壓} \\ N_2 < N_1 \Rightarrow \text{降壓} \end{array} \right)$$

§21.11 Properties of Electromagnetic Waves
特性 電磁 波

① 馬克士威爾証明了電場和磁場會耦合上下振盪形成一行進波，我們稱之為電磁波。

② 由法拉第的電磁感應定律敘述了因磁場改變而產生的感應電動勢(emf)。

③ 馬克士威爾預測相反的情況也會發生，也就是改變的電場也會產生磁場。

④ 電磁波是一種橫波，因為電場及磁場和波的行進方向，三者互相垂直。電磁波能在真空或物体中行進，因為電場和磁場能存在於真空或物体中。此外電磁波與聲波不同，它傳播時不需要介質。

⑤ 所有的電磁波通過真空的速度都一樣，以 c 來代表。(c 是光在真空中行進的速度，$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$，

$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ N \cdot s^2/C^2$，$\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}\ C^2/N \cdot m^2$，

$c = 2.99792 \times 10^8\ \frac{m}{s} \simeq 3 \times 10^8\ \frac{m}{s}$)，然而在物体中行進，它的速度便會小於 c 值。

⑥ 馬克士威爾也証明了：$\frac{E}{B} = c$ (E：电場 B：磁場)

電磁波傳播時：

每單位面積的平均功率 (average power per unit area) $= \frac{E_{max} B_{max}}{2\mu_0} = \frac{E_{max}^2}{2\mu_0 c}$

$= \frac{c B_{max}^2}{2\mu_0}$

⑦ 馬克士威爾提出：

the total momentum (動量) $p = \frac{\text{total energy } U}{c}$ (完全吸收時)

the total momentum $p = \frac{2U}{c}$ (完全反射時)

Example 21.8

§ 21.12 The Spectrum (光譜) of Electromagnetic (電磁) Waves (波)

假設電磁波傳播速率為 v，頻率為 f，波長為 λ

則 $v = f\lambda$ (或 $c = f\lambda$)

由 P.569 Fig 21.21 看出電磁波擁有廣大的頻率範圍 (電磁波的光譜)