

(H) 指數與對數函數積分

透過指數與對數的微分公式：

$$\frac{d}{dx} e^x = e^x$$

$$\frac{d}{dx} a^x = a^x \ln a$$

$$\frac{d}{dx} \ln |x| = \frac{1}{x}, \quad x \neq 0$$

以及不定積分的定義，可以獲得指數與對數的不定積分公式如下：

$$1. \int e^x dx = e^x + c$$

$$\int e^u du = e^u + c$$

$$2. \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c$$

$$\int a^u du = \frac{a^u}{\ln a} + c$$

$$3. \int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + c$$

$$\int \frac{1}{u} du = \ln |u| + c$$

例題 1. 試計算 $\int (2 - 3e^x) dx$

解：

隨堂練習：試計算 $\int (2x + 5e^x) dx$

解：

例題 2. 試計算 $\int 10^x (2^{-x} + 5^{-x}) dx$

解：

隨堂練習：試計算 $\int 6^x (2^{-x} + 3^{-x}) dx$

解：

例題 3. 試計算 $\int 7^{2x+3} dx$

解：

隨堂練習：試計算 $\int e^{2x+3} dx$

解：

南台科技大學

Southern Taiwan University

註：由上題可以獲得指數函數更加一般化公式，

$$\int e^{ax+b} dx = \frac{1}{a} e^{ax+b} + c \quad \int e^{2x-3} dx = \frac{1}{2} e^{2x-3} + c$$

$$\int a^{px+q} dx = \frac{1}{p \ln a} a^{px+q} + c \quad \int 3^{5x+2} dx = \frac{1}{5 \ln 3} 3^{5x+2} + c$$

例題 4. 試計算 $\int e^{5x} \left(\frac{e^{2x}}{7} + \frac{3}{e^{3x}} \right) dx$

解：

隨堂練習：試計算 $\int 2^{8x} (2^{2x} - 2^{-2x}) dx$

解：

例題 5. 試計算 $\int (e^{4x} - e^{-4x})^2 dx$

解：

隨堂練習：試計算 $\int (e^{7x} + e^{-7x})^2 dx$

解：

例題 6. 試計算 $\int_0^{\frac{1}{7} \ln 2} 14e^{7x} dx$

解：

隨堂練習：試計算 $\int_0^{\frac{1}{3} \ln 2} 6e^{3x} dx$

解：

例題 7. 試計算 $\int \frac{3+x^2}{x} dx$

解：

隨堂練習：試計算 $\int \frac{2x^2-3}{x} dx$

解：

南方科技大學

Southern Taiwan University

例題 8. 試計算 $\int \frac{7}{x+5} dx$

解：

隨堂練習：試計算 $\int \frac{2x}{x^2+1} dx$

解：

例題 9. 試計算 $\int \frac{1}{x(3+\ln x)} dx$

解：

隨堂練習：試計算 $\int \frac{1+\ln x}{x} dx$

解：

例題 10. 試計算 $\int \frac{x^3}{x+2} dx$

解：

隨堂練習：試計算 $\int \frac{x^2+1}{x+2} dx$

解：



南台科技大學
Southern Taiwan University