

(I) 分部積分法

由微分的乘法公式得知

$$\frac{d}{dx} f(x)g(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

將上式兩邊同時積分，可得

$$f(x)g(x) = \int f'(x)g(x)dx + \int f(x)g'(x)dx$$

移項，可得

$$\int f(x)g'(x)dx = f(x)g(x) - \int f'(x)g(x)dx$$

若令 $u = f(x), v = g(x)$ ，則可得

$$\int u dv = uv - \int v du$$

稱為分部積分(integration by parts)公式。

例題 1. 試計算 $\int xe^x dx$

解：

隨堂練習：試計算 $\int xe^{-x} dx$

解：

例題 2. 試計算 $\int (x+2)e^x dx$

解：

隨堂練習：試計算 $\int (x-1)e^{-x} dx$

解：

例題 3. 試計算 $\int \sqrt{x} \ln x dx$

解：

隨堂練習：試計算 $\int x^2 \ln x dx$

解：



例題 4. 試計算 $\int (x+1)\ln x dx$

解：

隨堂練習：試計算 $\int (2x-1)\ln x dx$

解：

利用分部積分在計算定積分的方式：

$$\int_a^b f(x)g'(x)dx = f(x)g(x)\Big|_a^b - \int_a^b f'(x)g(x)dx = f(b)g(b) - f(a)g(a) - \int_a^b f'(x)g(x)dx$$

例題 5. 試計算 $\int_0^1 xe^{2x} dx$

解：

隨堂練習：試計算 $\int_0^1 9xe^{3x} dx$

解：

例題 6. 試計算 $\int_1^2 x \ln x dx$

解：

隨堂練習：試計算 $\int_1^2 \ln x dx$

解：

南方科技大學

Southern Taiwan University