

(F) 不定積分

定義 4.7

若 $\frac{d}{dx}F(x) = f(x)$ ，則 $F(x)$ 稱為 $f(x)$ 的反導函數(antiderivative)，且函數 f 的不定積分(indefinite integral)為

$$\int f(x)dx = F(x) + c$$

表示，其中 c 稱為積分常數。

性質：(1) $\frac{d}{dx} \int f(x)dx = f(x)$ $\frac{d}{dx} \int e^{t^3+t-2} dt$

(2) $\int \frac{d}{dx} f(x)dx = f(x) + c$ $\int \frac{d}{dx} e^{x^3+x-2} dx$

性質：(1) $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx$ ， $k \in \mathbb{R}$ $\int 3e^{x^2} dx$

(2) $\int [f(x) \pm g(x)]dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$ $\int (e^{x^3} + \ln x) dx$

公式： $\int x^r dx = \frac{1}{r+1} x^{r+1} + c$ ， $r \neq -1$

Ex1: $\int dx$

Ex2: $\int x^5 dx$

Ex3: $\int \frac{1}{x^3} dx$

Ex4: $\int \sqrt[3]{x^2} dx$

註： $\int \frac{1}{x} dx$ 不適用此公式

例題 1. 試計算 $\int 3x^2 dx$ 。

解：

隨堂練習：試計算 $\int 4x dx$ 。

解：

例題 2. 試計算 $\int (3x^2 - 6x + 1) dx$ 。

解：



隨堂練習：求 $\int (15x^4 - 12x^3 - 7) dx$ 。

解：

例題 3. 試計算 $\int \frac{3}{x^2} dx$

解：

隨堂練習：求 $\int \frac{5}{x^3} dx$

解：

例題 4. 試計算 $\int \frac{x^2 + 2}{x^2} dx$ 。

解：

隨堂練習：求 $\int \frac{2x^4 - 3}{x^3} dx$ 。

解：

例題 5. 試計算 $\int 3\sqrt{x} dx$ 。

解：

隨堂練習：求 $\int 4\sqrt[3]{x} dx$

解：

例題 6. 試計算 $\int (1 + 2\sqrt{x} - 3x^2) dx$ 。

解：

隨堂練習：求 $\int \left(\frac{1}{x^2} - 3\sqrt{x} + 5x^4 \right) dx$

解：

例題 7. 若 $f'(x) = 2x + \frac{1}{2\sqrt{x}}$ ，且 $f(0) = 0$ ，試求 $f(x)$ 。

解：

隨堂練習：若 $f'(x) = 3x^2 + \frac{1}{x^2}$ ，且 $f(1) = 3$ ，試求 $f(x)$ 。

