

## 0-2 邏輯(Logic)

定義：凡可明確地判斷為“真”或“假”的語句稱為敘述(statement)。通常以  $p, q, r, \dots$  符號表示之。

例題 1：

- (1) 紐約是美國首都。
- (2)  $1+3 > 10$

複合敘述：

(1) 將一敘述  $p$  否定後可得一新敘述，稱為否定敘述，記作“ $\sim p$ ”。

例題 2：

- (1) 「李登輝是台南人」的否定敘述為「李登輝不是台南人」
- (2) 「 $1+3 > 10$ 」的否定敘述為「 $1+3 \leq 10$ 」

(2) 若  $p, q$  為兩敘述，則敘述“ $p$  且  $q$ ”稱為其合取敘述，記作  $p \wedge q$ 。當敘述  $p, q$  同時為真時， $p \wedge q$  才為真，否則為偽。

例題 3：「台南在台灣且  $2+2=5$ 」

(3) 若  $p, q$  為兩敘述，則敘述“ $p$  或  $q$ ”稱為其析取敘述，記作  $p \vee q$ 。當敘述  $p, q$  至少有一為真時， $p \vee q$  才為真，否則為偽。

例題 4：「台南在台灣或  $2+2=5$ 」

(4) 以“若  $p$ ，則  $q$ ”的形式寫出的敘述稱為命題(proposition)，其中  $p, q$  為兩敘述，記作“ $p \rightarrow q$ ”，且稱  $p$  為假設(前提)， $q$  為結論。

例題 5：「若  $\triangle ABC$  為直角三角形，則斜邊平方等於兩股平方和」

給定一命題“ $p \rightarrow q$ ”，可演生出以下三命題：

- (1) 逆命題：即命題“ $q \rightarrow p$ ”。
- (2) 否命題：即命題“ $\sim p \rightarrow \sim q$ ”。
- (3) 否逆命題：即命題“ $\sim q \rightarrow \sim p$ ”。

例題 6：設  $a, b, c \in R$ ，

		真偽
原命題	若 $a = b$ 則 $ac = bc$ 。	真
否命題		
逆命題		
否逆命題		

一命題與其逆命題及否命題不一定同時真或同時偽，但與其否逆命題必同時真及同時偽，我們稱此兩命題等價(equivalence)。(即在邏輯上，一命題與其否逆命題的意義是一樣的)

若命題“ $p \rightarrow q$ ”為真，則用符號“ $p \Rightarrow q$ ”表示，讀作  $p$  蘊涵(imply)  $q$ 。(即由敘述  $p$  可推得敘述  $q$ )。 $p$  稱為  $q$  的充分條件， $q$  則稱為  $p$  的必要條件。

若命題  $p \rightarrow q$  及  $q \rightarrow p$  均為真，則用符號“ $p \Leftrightarrow q$ ”表示，讀作若且唯若  $p$  則  $q$  ( $p$  if and only if  $q$ )。(即由敘述  $p$  可推得敘述  $q$ ，而由敘述  $q$  亦可推得敘述  $p$ )。此時  $p$  稱為  $q$  的充要條件， $q$  亦稱為  $p$  的充要條件。

量詞(quantifier)

(1) 設  $p(x)$  為集合  $A$  上的命題函數，那末

$$\forall x \in A, p(x)$$

是一敘述，並念成「對集合  $A$  裡的每一個元素  $x$ ，使得  $p(x)$  是一真敘述」。  $\forall$  叫作全稱量詞。

例題 7：

(1)  $\forall n \in \mathbb{N}, n+4 > 3$

(2)  $\forall x \in \mathbb{R}, x^2+x+1 \geq 0$

(2) 設  $p(x)$  為集合  $A$  上的命題函數，那末

$$\exists x \in A, p(x)$$

是一敘述，並念成「對集合  $A$  裡存在一個元素  $x$ ，使得  $p(x)$  是一真敘述」。  $\exists$  叫作存在量詞。

例題 8：

(1)  $\exists n \in \mathbb{N}, n+4 \leq 8$

(2)  $\exists x \in \mathbb{R}, x^2+x+1 > 0$

The logo of Southern Taiwan University is a stylized, abstract design. It features a central white shape that resembles a stylized 'S' or a pair of interlocking curves. This central shape is surrounded by two large, overlapping, curved shapes. The one on the left is blue, and the one on the right is red. The overall effect is a dynamic, modern emblem.

南台科技大學  
Southern Taiwan University