

0-1 集合(Set)

定義：將一群明確而可鑑別的事物看成一個整體，這個整體就稱為一個集合(set)，通常用大寫英文字母表示，如： A ；而這些事物則稱為此集合的元素(elements)，通常用小寫英文字母表示，如： x 。

例題 1：

- (1) 數 1, 3, 7 與 10。
- (2) 方程式 $x^2 - 3x - 2 = 0$ 的解。
- (3) 台灣的縣市。

集合與元素的關係：

若 x 為集合 A 中的一個元素，記作 $x \in A$ ，讀作 x 屬於(belong to) A ；反之，記作 $x \notin A$ ，讀作 x 不屬於 A 。

例題 2：設 $A = \{1, 2, 3, x, a, a\}$ ，則下列何者為真？(A) $1 \in A$ (B) $x \in A$ (C) $3 \in A$ (D) $a \notin A$ (E) $b \in A$ 。

集合的表示法：

- (1) 列舉法：用逗號把元素分開，並把各元素放在大括號內。
例如， $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ ：表小於等於 10 的正偶數所成集合。
- (2) 描述法：用敘述某一集合的元素必須滿足的性質來定義該集合。
例如， $B = \{x \mid 0 < x \leq 10, x \text{ 為偶數}\}$ ：表小於等於 10 的正偶數所成集合。

例題 3：試用描述法寫出下列集合：

- (1) 所有除以 3 餘 2 的正整數所成集合_____。
- (2) 座標平面上所有第三象限的點所成的集合_____。
- (3) 數線上所有與 1 的距離小於或等於 4 的實數所成集合_____。

常用的集合：

1. 數集合：

- (1) \mathbb{N} ：所有自然數所成的集合。 $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$
- (2) \mathbb{Z} ：所有整數所成的集合。 $\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$
- (3) \mathbb{Q} ：所有有理數所成的集合。 $\mathbb{Q} = \left\{ \frac{q}{p} \mid p, q \text{ 為整數, 且 } p \neq 0 \right\}$

(4) \mathbb{R} ：所有實數所成的集合。

2. 區間集合：(Interval)

- (5) $(a, b) = \{x \mid a < x < b\}$ ，其中 $a, b \in \mathbb{R}, a < b$ 。此稱為開區間。
- (6) $[a, b] = \{x \mid a \leq x \leq b\}$ ，其中 $a, b \in \mathbb{R}, a < b$ 。此稱為閉區間。
- (7) $[a, b) = \{x \mid a \leq x < b\}$ ，其中 $a, b \in \mathbb{R}, a < b$ 。
- (8) $(a, b] = \{x \mid a < x \leq b\}$ ，其中 $a, b \in \mathbb{R}, a < b$ 。
- (9) $(a, \infty) = \{x \mid a < x < \infty\}$
- (10) $[a, \infty) = \{x \mid a \leq x < \infty\}$
- (11) $(-\infty, b] = \{x \mid -\infty < x \leq b\}$
- (12) $(-\infty, b) = \{x \mid -\infty < x < b\}$

定義：不含任何元素的集合稱為空集合(empty set)，記作 \emptyset 或 $\{\}$ 。

定義：設 A, B 為兩集合，且 A 中的任一元素都屬於 B ，則稱 A 為 B 的子集(subset)，記作 $A \subset B$ 或 $B \supset A$ ，讀作 A 包含於 B 或 B 包含 A 。

若 $\exists a \in A$ ，但 $a \notin B$ ，則 A 不是 B 的子集，記作 $A \not\subset B$ 。

註：空集合為任何集合的子集合。

例題 4：設 $A = \{0, 1, 2, \{1\}, \phi\}$ ，則下列何者為真？ (A) $1 \in A$ (B) $\{1\} \in A$ (C) $\{1\} \subset A$ (D) $\phi \in A$
(E) $\phi \subset A$ 。

例題 5：設 $A = \{0, 1, 2\}$ ，寫出 A 的所有子集合。

定義：設 A, B 兩集合的元素完全相同(不考慮元素的排列順序及重複次數)，則稱 A, B 為相等的集合，記作 $A = B$ 。此等價於“ $A \subset B$ 且 $B \subset A$ ”。

例題 6：設 $A = \{x-1, y-2\}, B = \{x+y, 2x+3\}$ ，若 $A = B$ ，則 $(x, y) = ?$

集合的基本運算：

1. 由集合 A, B 的所有共同元素所組成的集合稱為 A 與 B 的交集(intersection)，記作 $A \cap B$ ，讀作 A 交集 B 。此即 $A \cap B = \{x | x \in A \wedge x \in B\}$ 。

例題 7：

- (1) 設 $A = \{1, 4, 7, 10\}$ 和 $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ ，則 $A \cap B =$
- (2) $\mathbb{N} \cap \mathbb{Z} =$
- (3) $(-2, 6] \cap [3, 7) =$

2. 由集合 A, B 的所有元素組成的集合稱為 A 與 B 的聯集(union)，記作 $A \cup B$ ，讀作 A 聯集 B 。此即 $A \cup B = \{x | x \in A \vee x \in B\}$ 。

例題 8：

- (1) 設 $A = \{1, 4, 7, 10\}$ 和 $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ ，則 $A \cup B =$
- (2) $\mathbb{N} \cup \mathbb{Z} =$
- (3) $(-2, 6] \cup [3, 7) =$

3. 在集合 A 中但不在集合 B 中的所有元素所成的集合，稱為 A 差集(difference) B ，記作 $A - B$ 。此即 $A - B = \{x | x \in A \wedge x \notin B\}$ 。

例題 9：

- (1) 設 $A = \{1, 4, 7, 10\}$ 和 $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ ，則 $A - B =$
- (2) $\mathbb{N} - \mathbb{Z} =$
- (3) $(-2, 6] - [3, 7) =$

4. 所討論對象的全體所成的集合稱為宇集(universal set)，通常以 U 表之。

5. 若 U 為宇集， A 為一集合，則 U 中所有不在 A 中的元素所成集合稱為 A 的補集(complement)，記作 A' (或 \bar{A})。此即 $A' = \{x | x \notin A\} = U - A$ 。

例題 10：

- (1) 設 $A = \{1, 4, 7, 10\}$ 和 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ ，則 $A' =$
- (2) $\mathbb{Q}' =$
- (3) $(-2, \infty)' =$