0-1 集合(Set)

定義：將一群明確而可鑑別的事物看成一個整體，這個整體就稱為一個集合(set)，通常用大寫英文字母表示，如：A；而這些事物則稱為此集合的元素(elements)，通常用小寫英文字母表示，如：x。

例題 1：

(1) 數 1，3，7 與 10。

(2) 方程式 $x^2-3x-2=0$ 的解。

(3) 台灣的縣市。

集合與元素的關係：

若 x 為集合 A 中的一個元素，記作 $x\in A$，讀作 x 屬於(belong to) A；反之，記作 $x\notin A$，讀作 x 不屬於 A。

例題 2：設 $A=\{1,2,3,x,a,a\}$， 則下列何者為真？(A)$1\in A$ (B)$x\in A$ (C)$3\in A$ (D)$a\notin A$ (E)$b\in A$。

集合的表示法：

(1) 列舉法：用逗號把元素分開，並把各元素放在大括號內。
例如，$A=\{2,4,6,8,10\}$：表小於等於 10 的正偶數所成集合。

(2) 描述法：用敘述某一集合的元素必須滿足的性質來定義該集合。
例如，$B=\{x\,|\,0<x\le 10, x\text{為偶數}\}$：表小於等於 10 的正偶數所成集合。

例題 3：試用描述法寫出下列集合：

(1) 所有除以 3 餘 2 的正整數所成集合______________。

(2) 座標平面上所有第三象限的點所成的集合______________。

(3) 數線上所有與 1 的距離小於或等於 4 的實數所成集合______________。

常用的集合：

1. 數集合：
   (1) $\mathbb{N}$：所有自然數所成的集合。$\mathbb{N}=\{1,2,3,4,5,\cdots\}$
   (2) $\mathbb{Z}$：所有整數所成的集合。$\mathbb{Z}=\{\cdots,-3,-2,-1,0,1,2,3,\cdots\}$
   (3) $\mathbb{Q}$：所有有理數所成的集合。$\mathbb{Q}=\left\{\frac{q}{p}\,\middle|\,p,q\text{為整數，且}p\ne 0\right\}$
   (4) $\mathbb{R}$：所有實數所成的集合。
2. 區間集合：(Interval)
   (5) $(a,b)=\{x\,|\,a<x<b\}$，其中 $a,b\in R$，$a<b$。此稱為開區間。
   (6) $[a,b]=\{x\,|\,a\le x\le b\}$，其中 $a,b\in R$，$a<b$。此稱為閉區間。
   (7) $[a,b)=\{x\,|\,a\le x<b\}$，其中 $a,b\in R$，$a<b$。
   (8) $(a,b]=\{x\,|\,a<x\le b\}$，其中 $a,b\in R$，$a<b$。
   (9) $(a,\infty)=\{x\,|\,a<x<\infty\}$
   (10) $[a,\infty)=\{x\,|\,a\le x<\infty\}$
   (11) $(\infty,b]=\{x\,|\,\infty<x\le b\}$
   (12) $(\infty,b)=\{x\,|\,\infty<x<b\}$

定義：不含任何元素的集合稱為空集合(empty set)，記作 $\varnothing$ 或 $\{\}$。

定義：設 A,B 為兩集合，且 A 中的任一元素都屬於 B，則稱 A 為 B 的子集(subset)，記作 $A\subset B$ 或 $B\supset A$，讀作 A 包含於 B 或 B 包含 A。
若 $\exists a\in A$，但 $a\notin B$，則 A 不是 B 的子集，記作 $A\not\subset B$。

註：空集合為任何集合的子集合。

例題 4：設 $A=\{0,1,2,\{1\},\phi\}$，則下列何者為真？ (A) $1\in A$ (B) $\{1\}\in A$ (C) $\{1\}\subset A$ (D) $\phi\in A$ (E) $\phi\subset A$。

例題 5：設 $A=\{0,1,2\}$，寫出 A 的所有子集合。

定義：設 A, B 兩集合的元素完全相同(不考慮元素的排列順序及重複次數)，則稱 A、B 為相等的集合，記作 $A=B$。此等價於”$A\subset B$ 且 $B\subset A$”。

例題 6：設 $A=\{x-1, y-2\}, B=\{x+y, 2x+3\}$，若 $A=B$，則 $(x, y)=$？

集合的基本運算：

1.由集合 A、B 的所有共同元素所組成的集合稱為 A 與 B 的交集(intersection)，記作 $A\cap B$，讀作 A 交集 B。此即 $A\cap B=\{x\mid x\in A\wedge x\in B\}$。

例題 7：

(1) 設 $A=\{1,4,7,10\}$ 和 $B=\{2,4,6,8,10\}$，則 $A\bigcap B=$

(2) $\mathbb{N}\bigcap\mathbb{Z}=$

(3) $(-2,6]\bigcap[3,7)=$

2.由集合 A、B 的所有元素組成的集合稱為 A 與 B 的聯集(union)，記作 $A\cup B$，讀作 A 聯集 B。此即 $A\cup B=\{x\mid x\in A\vee x\in B\}$。

例題 8：

(1) 設 $A=\{1,4,7,10\}$ 和 $B=\{2,4,6,8,10\}$，則 $A\bigcup B=$

(2) $\mathbb{N}\bigcup\mathbb{Z}=$

(3) $(-2,6]\bigcup[3,7)=$

3.在集合 A 中但不在集合 B 中的所有元素所成的集合，稱為 A 差集(difference) B，記作 $A-B$。此即 $A-B=\{x\mid x\in A\wedge x\notin B\}$。

例題 9：

(1) 設 $A=\{1,4,7,10\}$ 和 $B=\{2,4,6,8,10\}$，則 $A-B=$

(2) $\mathbb{N}-\mathbb{Z}=$

(3) $(-2,6]-[3,7)=$

4. 所討論對象的全體所成的集合稱為宇集(universal set)，通常以 U 表之。

5.若 U 為宇集，A 為一集合，則 U 中所有不在 A 中的元素所成集合稱為 A 的補集(complement)，記作 A'(或 $\overline{A}$)。此即 $A'=\{x\mid x\notin A\}=U-A$。

例題 10：

(1) 設 $A=\{1,4,7,10\}$ 和 $U=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$，則 $A'=$

(2) $\mathbb{Q}'=$

(3) $(-2,\infty)'=$