Chapter 19. Magnetism

§19.1 Magnets

磁不會單一極出現(正負電荷可單獨存在)，必有一對 $\boxed{N\ S}$.
磁力線由N極出發至S極，為一封閉曲線。

磁力線的切線方向即為磁場方向。

§19.2 Magnetic Fields

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

↳ cross

大小的計算：$F = qvB\sin\theta$ (q之正負號不用代入)

其中 q：電荷帶電量；v：電荷運動速度；F：電荷所受磁力。
B：磁場(強度)(或稱磁感應)
θ：$\vec{v}$ 與 $\vec{B}$ 之夾角

單位的使用：

	F	q	v	B
M.K.S制 (SI制)	牛頓 (N)	庫侖 (C)	$\frac{m}{s}$	$\frac{韋伯(weber)}{m^2}$ 或 $\frac{N}{A\cdot m}$
C.G.S制	達因 (dyne)	靜庫侖	$\frac{cm}{s}$	$\frac{馬克斯威(maxwell)}{cm^2}$

註：① $1\frac{weber}{m^2} = 1\frac{N}{A\cdot m} = 1$ tesla (T) $= 10^4$ 高斯 (gauss) (G)
② $1\frac{maxwell}{cm^2} = 1$ 高斯 (G)

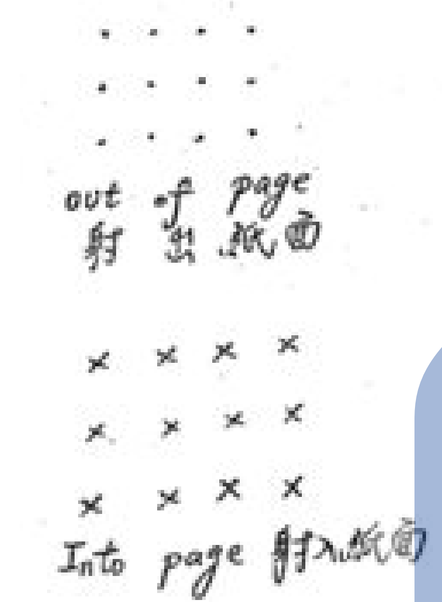
方向的判斷：
利用 Right-hand rule #1 (右手定則)

{ 大拇指 — v的方向
其餘四指合併 — B的方向 } > 此兩者互相張開夾成 90°
手掌心 — 所受磁力F的方向

(大前題：q為正電荷)
(若q為負電荷，則判斷出的手掌心的"反向"才為負正受力方向)

Example 19.1

若有一電荷同時受有磁力及電力作用，則所受的合力為二者之向量和，即為 $\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v}\times\vec{B}$
此合力稱為 Lorentz Force (勞倫茲力)



$\vec{F} = q\vec{v}\times\vec{B}$ $(F = qvB\sin\theta)$

(1) 若 $\vec{v}$ 與 $\vec{B}$ 方向平行（即 $\theta = 0°$ 或 $180°$）
（方向相同或相反）則電荷做直線運動.
（即軌跡為直線）.

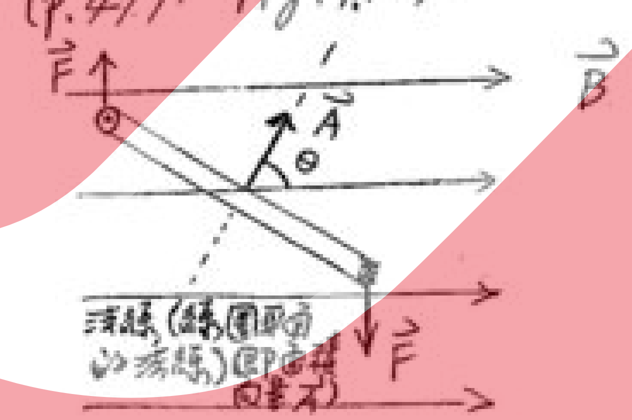
(2) 若 $\vec{v}\perp\vec{B}$（即 $\theta = 90°$）則電荷作等速圓周運動（軌跡為圓）.

(3) 若 $\vec{v}$ 不平行 $\vec{B}$ 也不垂直 $\vec{B}$ 則其軌跡為螺(旋)線.

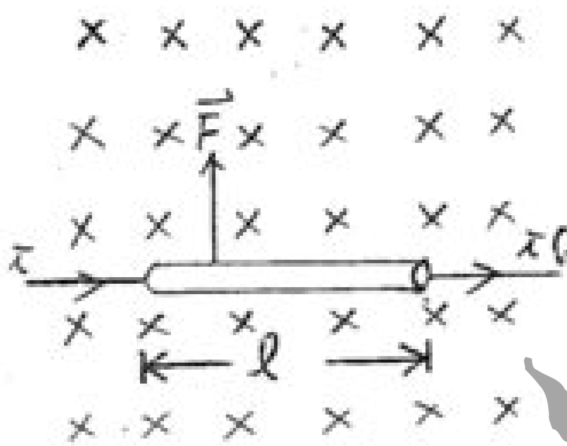
Example 19.2

§19.4 Torque（力矩）on a current（電流）loop and electric motors

(p.499 Fig 19.13)



19.3 Magnetic Force on a Current-Carrying Conductor



導線所受磁力 $\vec{F} = I\vec{\ell}\times\vec{B}$
大小計算：$F = I\ell B\sin\theta$
其中 I：導線通電流大小
ℓ：導線長度
θ：電流 I 的方向與磁場 B 的方向之夾角.

方向判斷：利用RHR（右手定則）

- 大拇指 — 電流 I 的方向（即 $\vec{\ell}$ 向量指的方向）
- 其餘四手指合併 — 磁場 B 的方向
- 手掌心 — 所受磁力 F 的方向

> 3個間夾成 $90°$。

假設平面的法線（即面積向量 $\vec{A}$）與磁場 $\vec{B}$ 的夾角 θ
則根據 §19.3 得知線圈會受磁力作用，且為一力偶。
力偶的轉矩（力矩）$\tau = \underbrace{IbB}_{(作用力)}\cdot\underbrace{(\frac{a}{2}\sin\theta)}_{(力臂)} + \underbrace{IbB}_{(作用力)}\cdot\underbrace{(\frac{a}{2}\sin\theta)}_{(力臂)}$
$= IAB\sin\theta$.
（此處 $\ell = b$）
（此處 $A = ab$ = 線圈面積大小）
力矩的單位為 N·m

(1) ① 當 $\theta=90^\circ$ 即面積向量 $\vec{A}\perp\vec{B}$ (或線圈平面平行 $\vec{B}$) 時,
力矩最大 $= \tau_{max.} = IAB$

② 當 $\theta=0^\circ$ 即面積向量 $\vec{A}\parallel\vec{B}$ (或線圈平面垂直 $\vec{B}$) 時,
力矩 $\tau=0$

(2) 若為 N 圈 則 $\tau = NIAB\sin\phi$
$\tau_{max.} = NIAB$

Example 19.3

$$\Rightarrow \boxed{\underset{(r)}{R} = \frac{mv}{qB}} \qquad \omega = \frac{v}{r} = \frac{qB}{m}$$

迴轉週期 $T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m}{qB}$

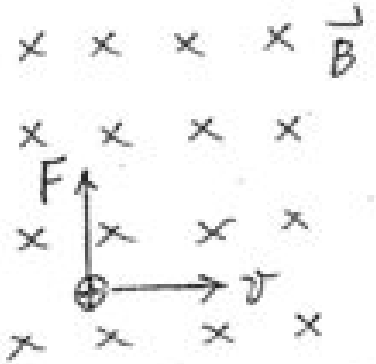
迴轉頻率 $f = \frac{1}{T} = \frac{qB}{2\pi m}$

Example 19.4

Example 19.5

§19.5 Motion of a Charged Particle in a Magnetic Field

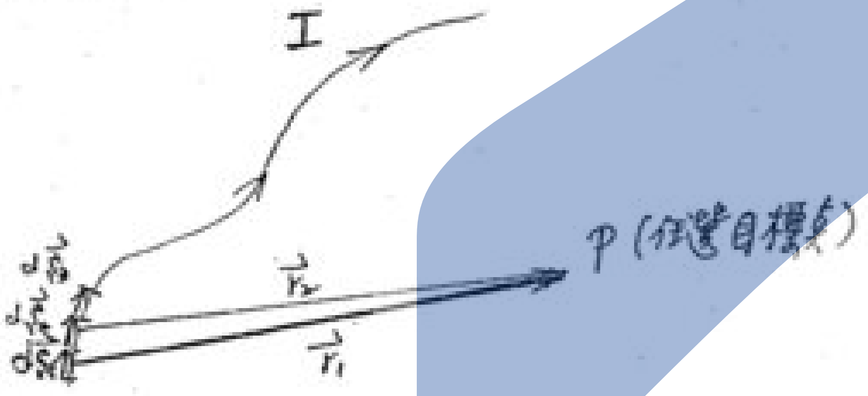
我們現在討論 $\vec{v}\perp\vec{B}$ 的情形



由 $\vec{F} = q\vec{v}\times\vec{B}$ 利用 Right-Hand Rule 可判斷出所受磁力 $\vec{F}$ 的方向，最後得知運動軌跡為一圓。
所受磁力 qvB = 圓周運動的向心力 $\frac{mv^2}{R}$ (註: $\frac{v^2}{R}$ 為向心加速度, 其中 R 為軌道半徑)

§19.6 Magnetic Field of a Long, Straight Wire and Ampere's Law

§. The Biot-Savart Law



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\,\frac{I\,d\vec{s}\times\vec{r}}{r^3}$$

(或寫為 $d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\,\frac{I\,d\vec{s}\times\hat{r}}{r^2}$)

註：$\hat{r}$：表示 $\vec{r}$ 的單位向量

由 ds_1 在目標點造成的磁場 $d\vec{B}_1 = \frac{\mu_0}{4\pi}\,\frac{I\,d\vec{s}_1\times\vec{r}_1}{r_1^3}$

由 ds_2 在目標點造成的磁場 $d\vec{B}_2 = \frac{\mu_0}{4\pi}\,\frac{I\,d\vec{s}_2\times\vec{r}_2}{r_2^3}$

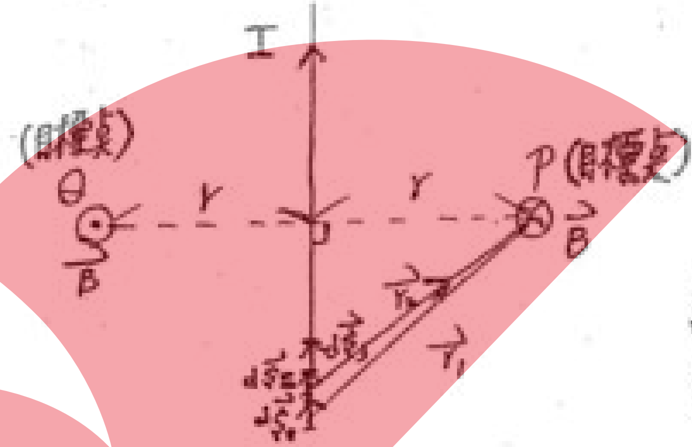
⋮

在目標點的全磁場 $\vec{B} = \int d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int\frac{d\vec{s}\times\vec{r}}{r^3}$

其中 μ_0 稱為真空中的磁導率 (permeability of free space)

$= 4\pi\times10^{-7}\ T\cdot m/A$ (註：T: tesla)

§. 長直導線通電流



由 Biot-Savart Law 得知：

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\cdot\frac{d\vec{s}\times\vec{r}}{r^3}$$

由積分得知在目標點P的磁場 $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

其中 r 為長直導線到目標點的垂直距離。

方向的判斷：利用右手定則

{ 大拇指 — 電流 I 的方向
其餘四手指握繞導線 — 磁場 B 的方向.

§. Ampere's Law 安培定律

安培定律：$\oint \vec{B}\cdot \underline{d\vec{s}} = \mu_0 I$ ← 在曲線內的淨電流

積分符號 (任取的封閉曲線)

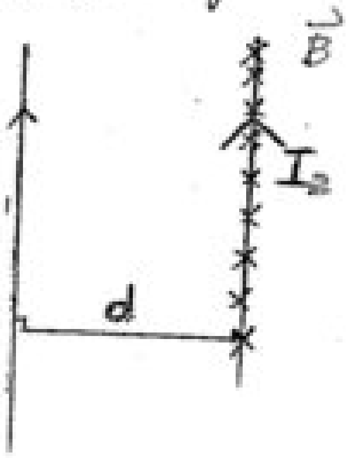
(請與高斯定律：$\oint \vec{E}\cdot \underline{d\vec{A}} = \frac{Q}{\epsilon_0}$ 比較) ← 在曲面內的淨電荷

積分符號 (任取的封閉曲面) (高斯面)

$\left(\begin{array}{l}\epsilon_0 = 8.85\times10^{-12}\ C^2/N\,m^2\\ \mu_0 = 4\pi\times10^{-7}\ T\cdot m/A\end{array}\right)$

Example 19.6

§19.7 Magnetic Force Between Two Parallel Conductors



由§19.7得知：在導線垂直距離 d 處磁場 $B=\frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}$，現在在此處也放置另一直導線，並通以電流 I_2，則由§19.4得知這條導線會受磁力作用。

磁力 $F=I_2 l B$ （l：後來的導線長度）

此時將 B 的大小代入，則

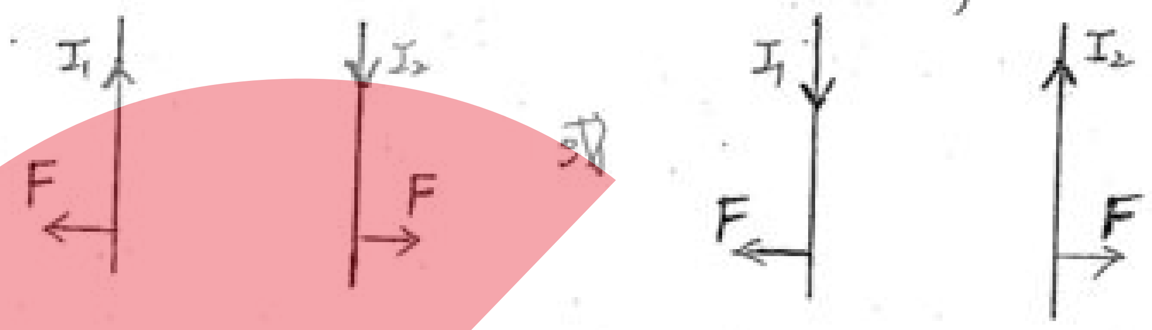
$$F=I_2 l\cdot\frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}=\frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi d}$$

若考慮單位長度上受力大小 $=\frac{F}{l}=\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}$

磁力方向的判斷：

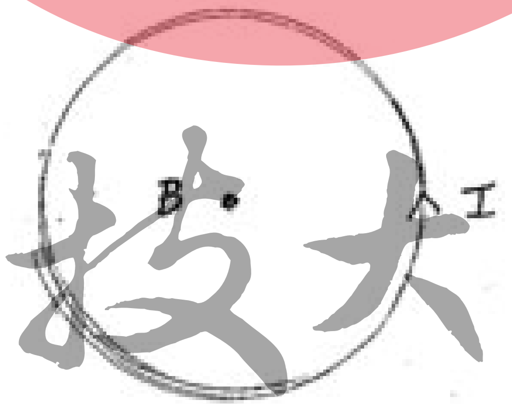
(1) 當兩導線通以同向電流時，則為吸引力，即

(2) 當兩導線通以反向電流時，則為排斥力，即



Example 19.7

§19.8 Magnetic Field of a Current Loops and Solenoids



圓圈中心（環中心）的磁場 B

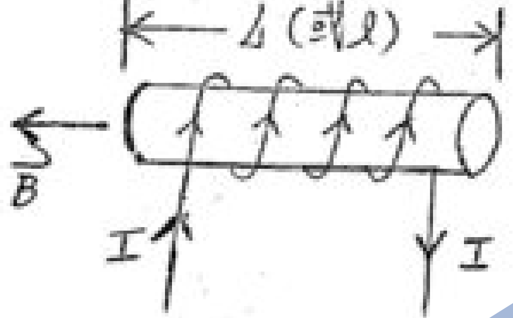
$=\frac{\mu_0 I}{2R}$

（R：圓圈半徑）

方向的判斷：利用右手定則

{ 大拇指 — 磁場 B 的方向
{ 其餘四手指環繞導線 — 電流 I 的方向。

9. Magnetic Field of a Solenoid
螺線管



$\oint \vec{B}\cdot d\vec{s} = Bl = \mu_0 NI$

$B = \frac{\mu_0 N I}{l} = \mu_0 n I$

其中 $\frac{N}{l} = n$ (每單位長度的圈數)
(匝)

B: 螺線管內磁場

N: 圈數 (匝數)

I: 通電流大小

l: 螺線管全長

μ_0: $4\pi \times 10^{-7}\ T \cdot m/A$

Example 19.8