

### 3-3 函數的遞增遞減與一階導數檢定法

例題 1. 由圖 3-2 可看出  $f(x) = x^2$  的遞增區間在  $(0, \infty)$ ；遞減區間在  $(-\infty, 0)$ 。

#### 定義 3.8 遞增與遞減

若對任意兩點  $x_1, x_2 \in (a, b)$ ，令  $x_1 < x_2$ ，恆有

- (1)  $f(x_1) < f(x_2)$  時，則函數  $f$  在  $(a, b)$  上為遞增。(看圖 3-7a)
- (2)  $f(x_1) > f(x_2)$  時，則函數  $f$  在  $(a, b)$  上為遞減。(看圖 3-7b)

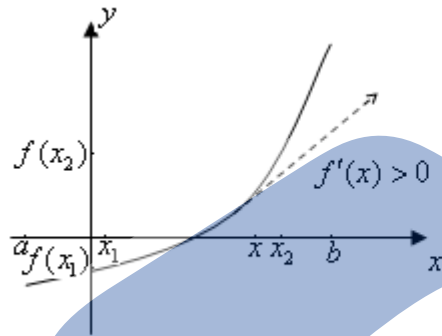


圖 3-7a

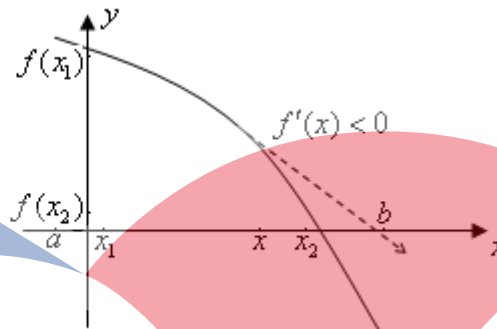


圖 3-7b

#### 定理 3.9 遞增與遞減區間檢測法

- (1) 若  $f'(x) > 0$  對所有的  $x \in (a, b)$ ，則  $f$  在  $(a, b)$  為遞增；(看圖 3-7a)
- (2) 若  $f'(x) < 0$  對所有的  $x \in (a, b)$ ，則  $f$  在  $(a, b)$  為遞減。(看圖 3-7b)

例題 2.1. 試找出函數

$$f(x) = \frac{4}{(x-2)^2}$$

的遞增與遞減區間。

解：

課堂練習：試求函數  $f(x) = 4x^3 - 3x^4$  的遞增與遞減區間。

解：

南方科技大學  
Southern Taiwan University

例題 2.2. 試找出函數

$$f(x) = x^{\frac{1}{3}}(x+4)$$

的遞增與遞減區間。

解：

例題 2.3. 試找出函數

$$f(x) = x \ln x$$

的遞增與遞減區間。

解：

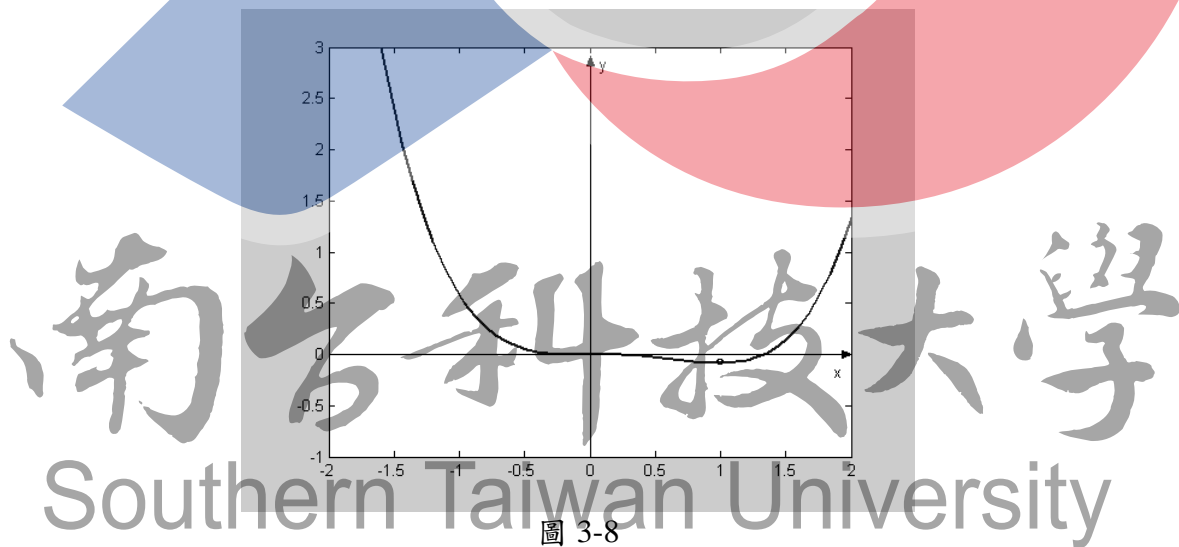
定理 3.10 一階導數檢定法

令點  $c$  為  $f$  的臨界點，若存在  $\delta > 0$ ，使得

- (1)  $f'(x) > 0$  對所有  $x \in (c - \delta, c)$  且  $f'(x) < 0$  對所有  $x \in (c, c + \delta)$ ，則  $f(c)$  為相對極大值。
- (2)  $f'(x) < 0$  對所有  $x \in (c - \delta, c)$  且  $f'(x) > 0$  對所有  $x \in (c, c + \delta)$ ，則  $f(c)$  為相對極小值。
- (3) 若  $f'(x) > 0$  (或  $< 0$ ) 對所有  $x \in (c - \delta, c) \cup (c, c + \delta)$ ，則  $f(c)$  非  $f$  的相對極值。

例題 3. 試求函數  $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3$  的相對極值。

解：



課堂練習：試求函數  $f(x) = 4x^3 - 3x^4$  的相對極值。

解：

例題 4. 試求函數  $f(x) = \frac{x^4+1}{x^2}$  的相對極值。

解：

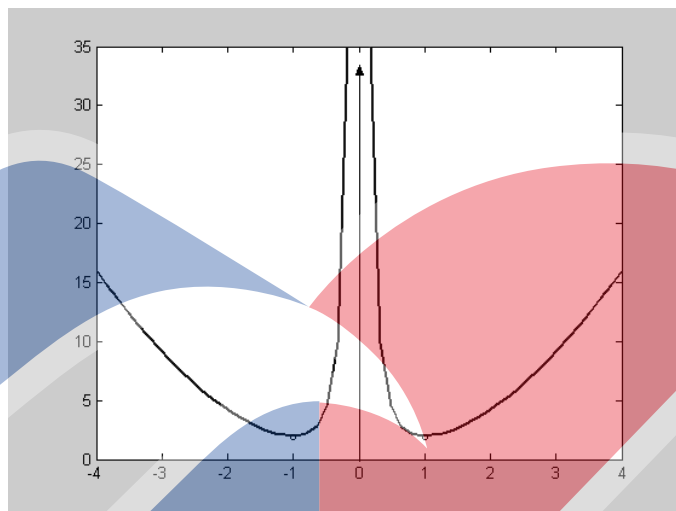


圖 3-10

課堂練習：試求函數  $f(x) = x + \frac{1}{x}$  的相對極值。

解：

例題 5. 試求函數  $f(x) = xe^{-x}$  的相對極值。

解：

南台科技大學

Southern Taiwan University

例題 6. 試求函數  $f(x) = x^2 \ln x$  的相對極值。

解：