

2-3 連鎖律 (Chain Rule)

定理：若 $y = f(u)$ 與 $u = g(x)$ 皆為可微函數，則合成函數 $y = f(g(x))$ 也為可微函數，且

$$\frac{d}{dx} f(g(x)) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

或

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$$

推論：若 n 為正整數，且 $u(x)$ 為可微函數，則 $f(x) = [u(x)]^n$ 也為可微函數，且

$$f'(x) = n[u(x)]^{n-1} \frac{d}{dx} u(x)$$

例題 1. 若 $f(x) = (3x - 2x^2)^3$ ，求 $f'(x)$

練習：若 $f(x) = (2x+1)^5$ ，求 $f'(1)$

推論：若 r 為有理數，且 $u(x)$ 為可微函數，則 $f(x) = [u(x)]^r$ 也為可微函數且

$$f'(x) = r[u(x)]^{r-1} \frac{d}{dx} u(x)$$

推論：若 r 為有理數，則 $\frac{d}{dx} x^r = rx^{r-1}$

例題 2. 若 $f(x) = \sqrt[3]{(x^2 - 1)^2}$ ，求 $f'(x)$

練習：若 $f(x) = \sqrt[4]{2x^3 + 1}$ ，求 $f'(x)$

例題 3. 若 $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{(x^2 - 1)^2}}$ ，求 $f'(x)$

練習：若 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - x - 2}}$ ，求 $f'(3)$

例題 4. 若 $y = z^3 - 2z^{-1}$ ， $z = s^2 + 3s - 4$ 求 $\frac{dy}{ds}$

練習：若 $y = (2u+1)^3$ ， $u = x^2$ 求 $\frac{dy}{dx}$

南台科技大學
Southern Taiwan University