- 何謂信賴水準為 1-α 之信賴區間

例：使用電腦模擬

從常態母體 N(6,34.52)

抽出 12 組樣本數為 n=15

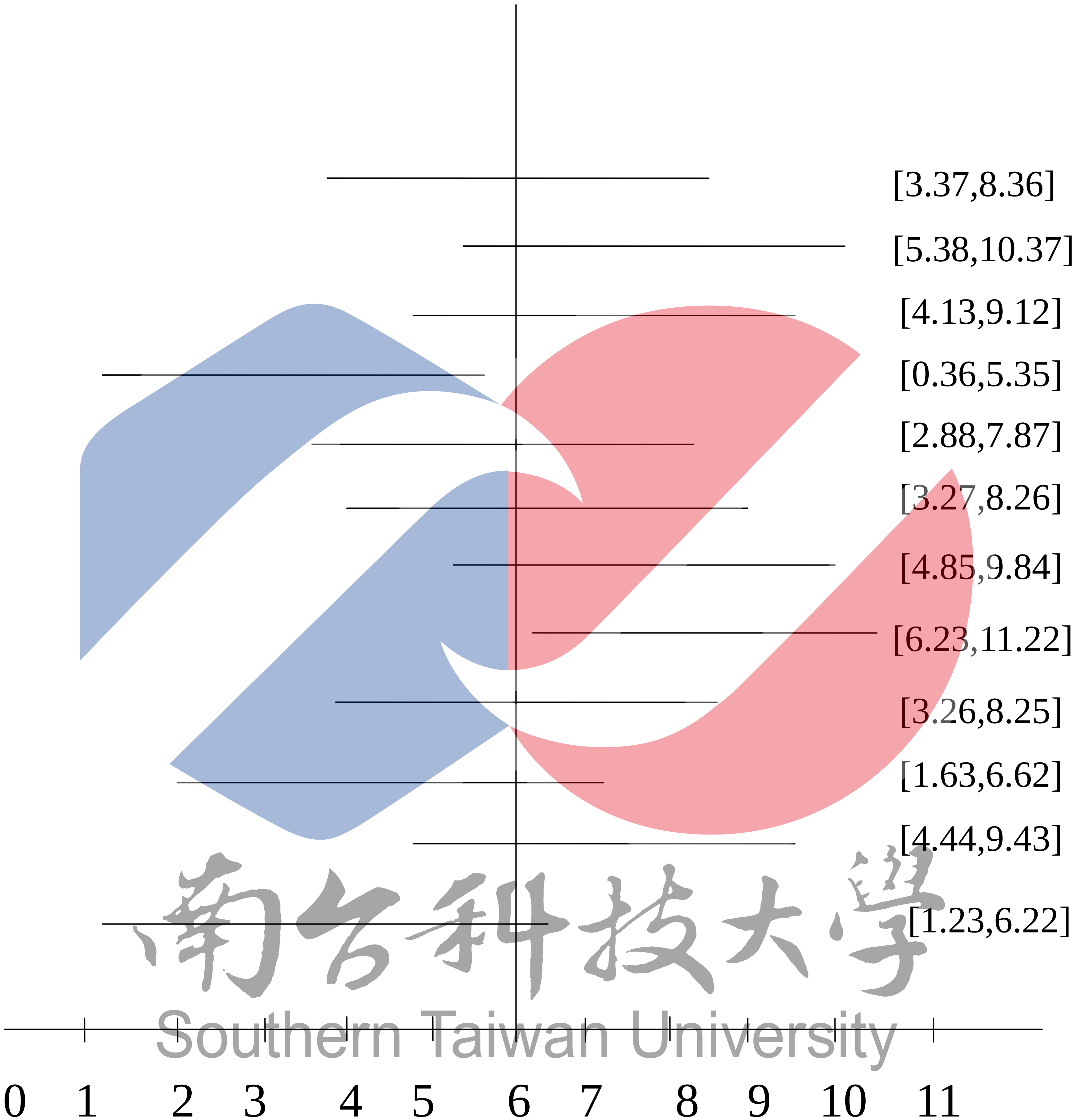
求 μ 之 90% C. I.

利用公式可獲得

$$\left[\bar{x} - Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$$

$$\Rightarrow \left[\bar{x} - Z_{0.05}\frac{\sqrt{34.52}}{\sqrt{15}}, \bar{x} + Z_{0.05}\frac{\sqrt{34.52}}{\sqrt{15}}\right]$$

$$\Rightarrow [\bar{x} - 2.4955, \bar{x} + 2.4955]$$



μ 之 90% C.I.

⇨ 第 4,8 組信賴區間不包含 6

8.5 自由度(degree of freedom)

令X_1, X_2, X_3, X_4, X_5為獨立隨機變數

則①$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5$之自由度為 5

②$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5$=20 之自由度為 4

同理，計算$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2}{n-1}$時，必須先知道$\bar{X}$值，因此就只有 n-1 個樣本值可自由變動，因此自由度為 n-1。

8.7 影響信賴區間精確度的因素

信賴區間長度=上信賴界限-下信賴界限

通常希望信賴區間長度愈小，而信賴水準愈大

- 點估計量
- 樣本數
- 信賴界限
- 信賴水準

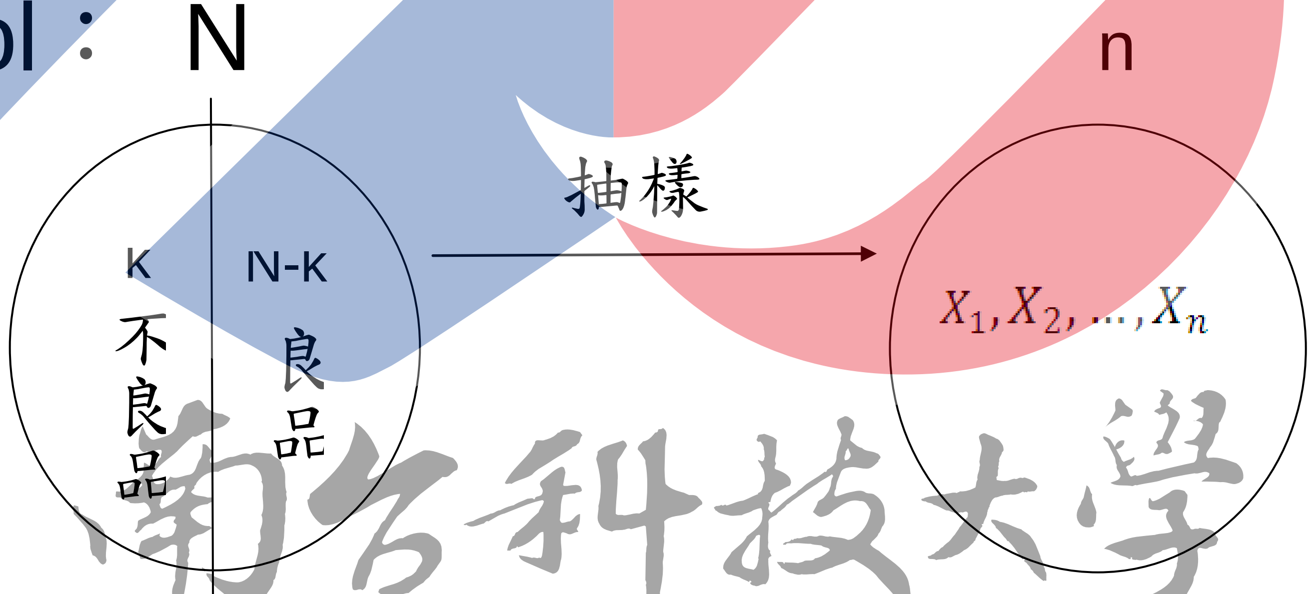
8.8 母體比例 P 之區間估計

已知一生產線共生產 N 個產品(母體)，其中 P 表示母體不良率，令隨機檢驗 n 個產品，求

①P 的點估計

②P 之 $100(1-\alpha)\%$ C. I.

Sol：



母體不良率 $P=\dfrac{k}{N}$(未知)

令 $X_i=\begin{cases} 1, & \text{表示第 } i \text{ 個產品檢驗為不良品} \\ 0, & \text{表示第 } i \text{ 個產品檢驗為良品} \end{cases}$

則樣本不良率$\hat{p}=\frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$為母體不良率之點估計

令 $Y=\sum_{i=1}^{n} X_i$ 表示 n 個檢驗產品中不良品個數

假設 N 夠大，使得$\frac{n}{N} \leq 0.05$

則 Y~B(n,P)

且 E(Y)=nP

V(Y)=nP(1-P)

令 n≥30(大樣本)

由中央極限定理

$$\hat{p}=\frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n} \underset{\text{近似}}{\sim} N\left(P,\frac{P(1-P)}{n}\right)$$

即 $\dfrac{\hat{p}-P}{\sqrt{\dfrac{P(1-P)}{n}}} \underset{\text{近似}}{\sim}$ N(0,1)

1-α≈P$\left(-Z_{\alpha/2}<\dfrac{\hat{P}-P}{\sqrt{\dfrac{P(1-P)}{n}}}<Z_{\alpha/2}\right)$

=

P$\left(\hat{P}-Z_{\alpha/2}\sqrt{\dfrac{P(1-P)}{n}}<P<\hat{P}+Z_{\alpha/2}\sqrt{\dfrac{P(1-P)}{n}}\right)$

以 $\hat{p}$ 估計 P

則

$$\left[\hat{p}-Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}},\ \hat{p}+Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right]$$

為 P 之近似 100(1-α)% C.I.